

# 科学三昧にチャレンジ！！理系3名が参戦！！

3年生理系で「総合的な探究の時間（数学）」を履修します。  
 数学で学んだことを生かして探究する力を身に付けています。  
 基礎学習から発展学習へと進め、研究に励んでいます。

この研究の成果を、はぐま祭（文化祭）で紙面発表して、  
 さらに「こざかい葵風館」で展示しました。広く豊川市民の皆さんに  
 ご覧いただきました。

12月24日（金）に行われた「科学三昧」において、  
 3名がオンラインで発表しました。

- 発表内容① 「10を法とした一般的なフィボッチ数列の周期」
- 発表内容② 「素数のn乗を法としたフィボッチ数列の周期」
- 発表内容③ 「双曲線の焦点の座標についての図形的な証明」

YouTube JP 検索

## 2. この数列は必ず周期をもつか？

10を法とした一般的なフィボナッチ数列は、初期条件に関わらず、必ず周期をもつか？

例： $\{a_n\} : 3, 4, 7, 1, 8, 9, 7, 6, 3, 9, 2, 1, 3, 4, 7 \dots$

①この数列は直前の2つの項の和で各項の値が決まるから、隣り合うある2つの項の数の並びと同じ並びが再登場すれば周期を持つ。

$\{a_n\} : \dots, k, l, \dots, k, l, \dots (k, l \text{は} 0 \sim 9)$

②各項は0～9のいずれかだから、隣り合う2つの項の数の並びは $10 \times 10 = 100$ 通りしかない。よって、この数列には必ず同じ並びが存在する。

①②より、**10を法とした一般的なフィボナッチ数列は必ず周期**

【小坂井】10を法とした一般的なフィボナッチ数列の周期  
 限定公開  
 77 回視聴・2021/12/01

YouTube JP 検索

## 2. 探究の方法

次のようにしてExcelで計算させた。

	A	B	C	D	E
1	mod	s	合関式		
2	数列	a	b	a	b
3	a1	1	0	1	0
4	a2	0	1	0	1
5	a3	1	1	1	1
6	a4	1	2	1	2
7	a5	2	3	2	3
8	a6	3	5	3	5
9	a7	5	8	5	8
10	a8	8	5	0	5
11	a9	5	5	5	5
12	a10	5	10	5	2
13	a11	10	7	2	7
14	a12	7	9	7	1
15	a13	9	8	1	0
16	a14	8	1	0	1
17	a15	1	1	1	1
18	a16	1	2	1	2
19	a17	2	3	2	3
20	a18	3	5	3	5

<数字はa, bの係数を表す>

$a_1 = 1a + 0b$   
 $a_2 = 0a + 1b$   
 とおくと  
 $a_3 \equiv 1a + 1b$   
 $a_4 \equiv 1a + 2b$   
 $a_5 \equiv 2a + 3b$   
 $a_6 \equiv 3a + 5b$   
 $a_7 \equiv 5a + 8b$   
 $\equiv 5a + 0b \pmod{8}$   
 ...

<周期の決定>

連続する項の値がa, bとなる項を探した。この例(mod 8)の場合、周期は12。任意の初期値で成り立つから、この周期は最大周期である。  
 (例えば、mod 8でも  $a = 0, b = 4$  のときは、0, 4, 4, 0, 4, 4, ...周期3となる。)

【小坂井】素数のn乗を法としたフィボナッチ数列の周期  
 限定公開  
 67 回視聴・2021/12/01

YouTube JP 検索

## 1. 研究の動機

楕円の焦点を $F(c, 0), F'(-c, 0)$ とすると、楕円の定義:「2つの焦点から楕円上の点までの距離の和が一定である」ことから、  
**関係式:  $c^2 = a^2 - b^2$**   
 を図形的に証明できる。

同じように、双曲線の焦点を $F(c, 0), F'(-c, 0)$ とすると、双曲線の定義:「2つの焦点から双曲線上の点までの距離の差が一定である」ことから、  
**関係式:  $c^2 = a^2 + b^2$**   
 を図形的に証明しようと思った。

楕円  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$     双曲線  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$0 < b < a$  とする  
 $F'B + F'B = F'A + F'A = 2a$   
 $F'B - F'B = F'A - F'A = 2a$

【小坂井】双曲線の焦点についての図形的な証明  
 限定公開  
 35 回視聴・2021/12/01